

# 【数学 III】

## ～ClassPad.net の ClassPad Math ・ 各種ふせん機能を活用する～

積分法の応用 体積を求める解法を理解し慣れる授業  
立体の体積を求める解法を、十分に理解し活用できるようにする。

### 【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：積分による体積の計算という思考力が必要な単元の学習において、提出管理による理解度の把握やグループワーク機能の活用で、解法を身につけさせる。  
生徒向けの目標：立体の体積を計算する方法を視覚的に理解し、実際に問題に取り組むことで解法に慣れる。

### 【ClassPad.net 活用によるメリット】

- ・ **板書時間削減** : ClassPad Math やカメラふせんの活用で、多量に登場する図を板書する手間を省き、視覚的に理解しやすくする。
- ・ **協働学習促進** : 送受信機能を利用しながらグループのメンバー間で解説し合わせたり、1つの問題に協力して取り組ませたりすることで、解法に慣らし、理解を深めさせる。
- ・ **個別最適学習促進** : 送受信機能や提出管理機能により、生徒個人の理解度を把握し、適切なフォローを行うことができる。

## 授業の流れ

## ClassPad.net での操作

### step1

#### 概要

- ・ 積分を使った立体の体積の計算の解法を理解する。
- ・ 積分を使った立体の体積の計算の解法に慣れ、さまざまな立体に対して体積を求められるようにする。

### 概要の説明

積分法の応用として、立体の体積の計算に関する基本的な解法を理解し、身につけることを目標とする。

### step2

#### ✓ 立体の断面積と体積

- ・ 図のような立体を平面  $\gamma$  で切ったときの断面積を  $S(x)$  とすると、次の式が成り立つ。



$$V = \int_a^b S(x) dx \quad \text{ただし、} a < b$$

#### ④ 公式の証明

図の立体の体積の和は

$$\begin{aligned} V_n &= S(x_1)\Delta x + S(x_2)\Delta x + S(x_3)\Delta x + \cdots + S(x_n)\Delta x \\ &= \sum_{k=1}^n (S(x_k)\Delta x) \end{aligned}$$

であり、 $n \rightarrow \infty$  のとき  $V_n \rightarrow V$  と考えられる。

$$\text{よって、} V = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n (S(x_k)\Delta x) \right) = \int_a^b S(x) dx$$

### 導入・公式の説明

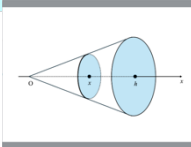
- ・ 区分求積法の考え方を利用して立体の体積を求められる点
  - ・ 立体の断面積と体積の公式の説明
  - ・ 公式が成り立つ理由
- これらを図を用いて視覚的に説明する。

リンクふせんから、立体が分割される CG 動画、たとえば YouTube 動画の「なぜ円錐の断面は楕円になるのか」(<https://www.youtube.com/watch?v=f12lJrFnVjs>) などを見せ、視覚的な理解を促す。

### step3

◎ 解説

断面と底面の相似比は  $x:h$  とわかるので、  
 $S(x):S(h)=x^2:h^2$   
 ここで、底面積は、  
 $S(h)=\frac{\pi^2}{h^2}x^2$   
 よって、求める体積は、  
 $V=\int_0^h\left(\frac{\pi^2}{h^2}x^2\right)dx=\frac{\pi^2}{h^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h=\frac{1}{3}\pi r^2h$



### 解法説明

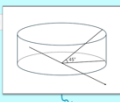
円錐など、体積を求める公式が既習である身近な立体について積分法を用いて計算する例題の解説を行う。このとき断面を意識し、断面積を文字式で表すことを強調する。その後、角すいなど例題とは異なる身近な立体を用いて断面・断面積がどのようなかを個々に考えさせ、提出してもらう。全体の理解度次第で再度解説を行う。

断面図については、教師が提示するもの・生徒に提出してもらうものどちらも、ClassPad Mathを用いて作成する。完成したものは授業支援機能を用いて提出してもらう。

### step4

◎ 例題

底面の半径が  $a$  で高さ  $a$  の直円柱を、直径を含む底面と  $45^\circ$  の傾きをなす平面で2つの立体に分けるときの、小さい方の立体の体積を求めよ。



◎ 考えてみよう

- グループに分かれて、
  - ①断面はどのような形になるか
  - ②断面積は文字式でどう表すか
 考えよう。

### 応用

立体の一部を切り取ったものなど、身近でない立体を扱う例題を提示する。その後はグループに分かれ、断面の形状について考えさせ、提出してもらう。良いものがあれば、図を提示しながら発表してもらう。その後、回収したものを改めて確認し、理解度に合わせて細く説明を加え、理解が進んだら続いて断面積を個々に考えてもらい、時間で区切りをつけて解説する。

グループで考える際には送受信機能を用いて、各グループが描いた図や考えを送信し合ってもらおう。また、断面積は数学ふせんを用いて計算させ、一定の時間後、授業支援機能を用いて回収する。発表してもらう際は、数学ふせんを電子黒板・プロジェクターに映しながら説明してもらおう。

### step5

◎ まとめ

- 立体の断面積と体積の公式  
 $V=\int_a^b S(x)dx$  ただし、 $a < b$
- 解くときのポイント  
 ①断面の形に着目し、断面積を文字式で表す！

### まとめ・宿題

授業内で取り扱った公式や解説した解法を一般化したものを示し、振り返りを行う。生徒の理解度に応じてヒントを加えた問題やその類題を宿題として出す。


扱った公式を数学ふせんにまとめる際、より見やすく配置して示すことでそれぞれの違いを明らかにし、混同を防ぐ。宿題は、授業支援機能を用いて送信する。

### step6

◎ 次回

- 回転体の体積の計算  
 一よりさまざまな立体の体積が求められるように...!

次回授業までに必ず視聴しよう！  
 ※動画を見て出てきた疑問・質問は、テキストふせんに書いて提出！



### 参考・補足

次回の授業で扱う回転体の体積について、予習となる導入動画を共有し、スムーズに授業が進められるようにする。また、動画を見て疑問に思ったことなどを、次回授業の前に回収する。

YouTube 動画「回転体の体積①x軸の周り【高校数学】積分法の応用 #15」  
 (https://www.youtube.com/watch?v=UpOXuLSAtNo) のURLを貼り付けたリンクふせんを授業支援機能機能を用いて配布し、視聴を促す。疑問に思ったことなどはテキストふせんに記載してもらい、次回授業までに教師に提出するよう指示する。