

【数学Ⅲ】

～ClassPad.net のファイルふせん・リンクふせんを活用する～

微分・積分を用いた長さの算出方法を理解する授業
曲線の長さの公式の意味を理解し、活用できるようにする。

【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：暗記してしまいがちな曲線の長さの公式について、グループワーク機能を活用させることで、その式が表す意味やその概念を理解させる。

生徒向けの目標：自身で算出方法を構築、実践することで公式を理解し、応用力を身につける。

【ClassPad.net 活用によるメリット】

- ・探究学習促進：授業支援機能により、個別探究や協働探究に対するプロセス評価を含めたフィードバックを即座に行うことで、探究活動を促進・深化させることができる。
- ・協働学習促進：個別学習→グループワーク→発表→議論のサイクルを効率化することで、協働学習による理解の向上を促進する。
- ・評価・評定の効率化：授業支援機能を用いることで、生徒それぞれが授業中に行った活動に対して授業中に評価することができる。

授業の流れ

ClassPad.net での操作

step1

【本日の授業】

複雑な課題を解決するための道具として、微分と積分を用いることができるということを、例を通して考えてみよう！

概要の説明

複雑な課題を解決するための道具として微分と積分を用いることができるという例を示す授業であることを説明する。微分・積分がただの数学的な操作ではないことを理解することを目標とする。

step2

【復習】

身近な生活の中で微分・積分を用いて算出できそうなものを挙げてみよう！
(同時編集機能で、このふせんに書いていきましょう。)

概念の復習

微分・積分の概念を復習する意味を込めて、身近な生活の中で微分・積分を用いて算出できそうなものを生徒にいくつか挙げてもらう。

身近なものを挙げる際には、教員が用意したテキストふせんを電子黒板などに映し、同時編集機能で思いつくものを記載させる。

step3

【媒介変数表示された曲線の長さ】

曲線 $x=f(t)$, $y=g(t)$ ($a \leq t \leq b$) の長さ L は

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_a^b \sqrt{[f'(t)]^2 + [g'(t)]^2} dt$$

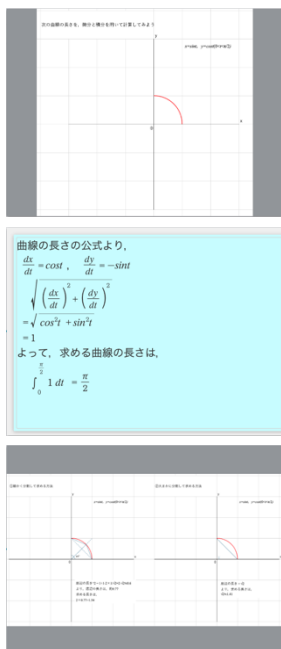
導入・公式の説明

微分と積分を用いることで、曲線の長さを求めることができることを説明する。そして、 $x=f(t)$, $y=g(t)$ と表される曲線の長さを求める公式を提示する。さらに、公式が成り立つ理由と、近似の概念が用いられていることを説明する。

リンクふせんから、曲線を分割し、分割後の線の長さを求め、それらを足し合わせる動画、たとえば YouTube 動画の「曲線の長さ #shorts」

(<https://www.youtube.com/shorts/29FWwEJA5s>) などを見せ、視覚的な理解を促す。

step4



解法説明

$x = \sin t, y = \cos t$ ($0 < t < \pi/4$) のような、長さを既習の公式で求めることができる曲線について、微分と積分を用いて計算する例題の解説を行う。

また、ここで扱った曲線に対して近似的に長さを求める方法を以下の2通り提示する。

- ①細かく分割して求める方法
- ②大まかに分割して求める方法

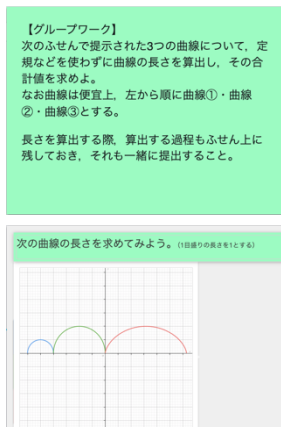
両方で近似して計算した結果を比較し、細かく分割した方が実際の値に近くなることを確認する。

例えば、上記の四分円の円周を近似的に求める際には、その円周が①頂角を 45° とする二等辺三角形の底辺2つ分の和、②頂角を 90° とする二等辺三角形の底辺、として考えたときに、①の方が真の値に近いことを説明する。

その後、生徒に近似的に求める他の手法について考えさせ、提出してもらう。全体の理解度次第で再度解説を行う。

近似的に長さを求める方法を、教員が提示するもの、生徒に提出してもらうもののどちらも、あらかじめファイルふせんに用意したグラフに手描き機能で描き込む形で作成する。完成したものは授業支援機能を用いて提出してもらう。

step5

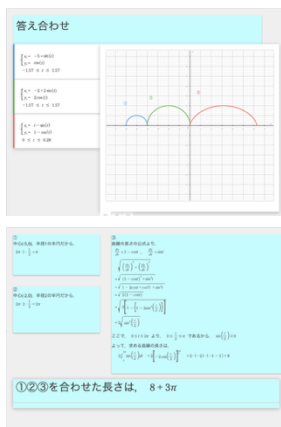


グループワーク

クラスをいくつかのグループに分ける。そして、1マスの長さを定義した方眼紙の上に描かれた、媒介変数表示される曲線を3つ以上繋ぎ合わせてできた曲線に対し、グループごとに定規を使わずに曲線の長さを算出させ、提出してもらう。この際、線の長さを算出した過程も提出させる。最も真の値に近い長さを算出できているグループや良い考えができているグループに発表してもらう。なお、このワークに取り組む際には、繋ぎ合わせた曲線の媒介変数表示は公表しない。その後、回収した曲線の長さの算出結果を確認し、それぞれのグループが行った算出方法について、生徒同士で議論させる。

あらかじめファイルふせんに用意した方眼紙をグループワーク開始時に授業支援機能で生徒に送信し、手描き機能で直接描き込ませて提出してもらう。グループで考える際には、送受信機能を用いてグループメンバー内で考案した算出法を共有し合わせる。

step6



答え合わせ

繋ぎ合わせた曲線の媒介変数表示を公開し、改めて最初に提示した公式を用いて計算を行わせ、提出させる。

時間で区切りをつけて解説を行い、グループワークの結果が解答に近かった班を発表する。また、なぜそのグループが精度の良い計算ができたのかなどについて講評を行う。

計算結果は、テキストふせんに手描きしたものを授業支援機能で提出させる。

優秀なグループの解答を講評する際には、そのグループに提出させたふせんに対して教員が直接講評を書き込み、再度生徒に配布する。

step7

【まとめ】

今回のグループワークのような手作業では近似の精度に限界がある。
→ 数的処理によりその精度を上げることで正確な値を求めることができる！

まとめ・宿題

今回のグループワークのような手作業では近似の精度に限界があるが、数的処理によりその精度を上げることで正確な値を求めることができる旨を説明する。また、改めて授業内で取り扱った公式や解説した解法について、振り返りを行う。生徒の理解度に応じてヒントを加えた問題やその類題を宿題として出す。

step8

【参考・補足】

授業で行った、微小を考え近似的に計算するという手法は、曲線の長さの問題に限らず、天文学、物理学、統計学その他様々な分野で有効な手法である。
→ 難解だが、だからこそ面白さもある。その有用性や面白さを確認するためにも、次のリンクふせんで紹介する動画を視聴してみよう。

参考・補足

授業で行った、微小を考え近似的に計算するという手法は、曲線の長さの問題に限らず、天文学、物理学、統計学その他様々な分野で有効な手法である。公式としての微積分ではなく、物事を理解するための手段としての微積分と捉えてほしい、という意図を込めた授業であることの説明。

必要に応じてリンクふせんで動画などを提示し、微積分の面白さや有用性を強調するとよい。

(参考)
YouTube 動画「【全解説】小学生でも分かる微分積分【ゆっくり解説】」
(<https://www.youtube.com/watch?v=PqgccI06s0Q>)