

【数学 II】

～ClassPad.net の ClassPad Math・各種ふせん機能を活用する～

円の方程式を実践的に理解する授業

関数グラフアートを通して、図形の性質と解析幾何学の基礎に关心を持てるように導く。

【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：円を座標平面上に解析幾何学（ここでは方程式）によって表すことを身につけさせる。それらを活用し、関数グラフアートを描くことで学習意欲を引き出す。
生徒向けの目標：円の方程式を理解した上で、問題演習や関数グラフアートの作成を通して楽しみながら身につけ、活用できるようになる。

【ClassPad.net 活用によるメリット】

- ・**生徒の理解促進**：ClassPad Math を利用して関数で絵を描くことで、数式とグラフを結び付けた視覚的な理解を促すことができる。
- ・**生徒の集中力アップ**：ClassPad Math を利用して関心のあるものの絵を描くことで、授業に集中させることができる。
- ・**個別最適学習の促進**：授業中に行う問題演習の正答数によって宿題の量や難易度を変えることで、生徒個人の理解度に合わせた学習を促進する。

授業の流れ

ClassPad.net での操作

step1

【概要】

- ✓ 円を座標平面上に表す方法を理解する
- ✓ 与えられた条件から円の方程式を求める方法を身につける
- ✓ 関数を使って円を描く

概要の説明

円を方程式によって座標平面上に表す方法、与えられた条件から円の方程式を求める方法を理解し、それらを用いて関数で絵を描くことを目標とすることを伝えます。

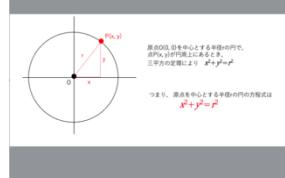
step2



導入・公式の説明①

円とは、ある1点から等距離にある点の集合であることをコンパスを用いて視覚的に説明する。座標平面上の任意の円に関して、三平方の定理を用いて、円の中心が原点である場合とそうでない場合の円の方程式（標準形）を求める方法を説明する。

ClassPad Math の機能を用いて、円とは、ある1点から等距離にある点の集合であるという性質を利用して点から書いた円を示すことで、視覚的な理解を促す。



step3

【問題演習】

✓ 教科書の問題を解いてみよう
→ 中心が原点の円の方程式を求める問題
→ 中心が原点以外の円の方程式を求める問題

ヒント：図を描いて考えてみよう！

【問題演習】

✓ 教科書の問題を解いてみよう
→ 直線の両端2点が提示されていて、そこから円の方程式を求める問題

ヒント：図を描いて考えてみよう！

→ 提出してください

解法説明・問題演習①

教科書に載っている、円の中心の座標と半径から円の方程式を求める例題を取り上げ、step2で用いた三平方の定理を用いて円の方程式を求める方法で解説を行う。この際、生徒に図を描くことを呼びかける。次に、直径の両端2点から円の方程式を求める問題を解かせ、提出してもらい、あらかじめ用意した解説を配布する。この際にも、生徒に図を描くことを呼びかける。

問題の解説はあらかじめ、テキストふせん及び数学ふせんで用意する。生徒のグラフ描画にはClassPad Mathを利用させる。各生徒が解いた問題は、授業支援機能を用いて提出してもらう。

step4

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ を展開すると…
 $x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$
 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + (a^2 + b^2 - r^2) = 0$
つまり、
 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$
の形でも表せる。

 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ の形を標準形。
 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ の形を一般形という。

公式の説明②

先ほど学んだ円の方程式を展開したものを見ると、 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ という形になり、これも円の方程式（一般形）であることを説明する。また、円の方程式の一般形を標準形に変形する方法を説明する。

数学ふせんを用いて、座標平面上における円の中心と半径が同じであれば、円の方程式が標準形でも一般形でも同じ円が描けることを示す。

step5

【問題演習】

✓ 教科書の問題を解いてみよう
→ 一般形の円の方程式を標準形に変形し、中心と半径を求める問題

ヒント：図を描いて考えてみよう！

解法説明・問題演習②

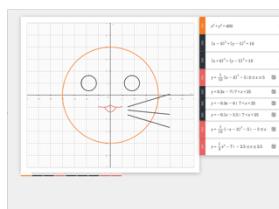
教科書に載っている、一般形の円の方程式を標準形に変形し、中心と半径を求める例題を取り上げ、step4と同様の方法で解説を行う。この際、生徒に図を描くことを呼びかける。次に、円が通る3点から円の方程式を求める問題を解かせ、提出してもらい、あらかじめ用意した解説を配布する。この際にも、生徒に図を描くことを呼びかける。

問題の解説はあらかじめ、テキストふせん及び数学ふせんに用意する。生徒のグラフ描画にはClassPad Mathを利用させる。解いた問題は授業支援機能を用いて提出してもらう。

step6

【関数グラフアートで絵を描いてみよう】

✓ 座標平面上に関数のグラフを用いて絵や文字を描くことができる！
→これまで習った直線・放物線・円を用いて一本一本の線を関数で描くことができる
→クラスの皆で共有してみよう



応用

座標平面上に関数のグラフを用いて絵や文字を描く、関数グラフアートの紹介を行なう。これまで習った直線・放物線・円を用いて一本一本の線を関数で描くことで絵を描くことができることを説明し、教師が作成した絵を提示する。それを参考に生徒にも好きな絵を関数を用いて描いてもらい、クラスで共有を行う。また時間ががあれば、直線・放物線・円以外にどんな線が描ければ、描ける絵の幅が広がるのかを考え、その関数を考察したり、調べたりしながら議論させる。さらに、クラスメイトが描いた絵を関数から書き起こして再現することで、探究学習を促す。

関数グラフアートはClassPad Mathを用いて数学ふせんに作らせる。描いた絵と用いた関数は、授業支援機能を用いて提出してもらう。また、未習の関数を調べる際にはEX-word機能を利用させ、ふせんとして残させるとよい。生徒間で関数グラフアートを共有する際にも、授業支援機能を用いて送受信してもらう。

※Ex-word機能は有償になります。別途ご購入いただくことでこの機能をご利用いただけます。

step7

中心 $C(a, b)$ を中心とする半径 r の円の方程式は
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (標準形)
特に、中心が原点であり半径 r の円の方程式は
 $x^2 + y^2 = r^2$
また、標準形を変形させることで
 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ (一般形)
でも表せる。

まとめ・宿題

授業内で取り扱った公式や解説した解法をまとめて振り返りを行い、教科書や問題集の該当範囲を宿題として課す。その際、step3 及び step5 で実施した問題演習の正答数をもとに、難易度や量に差をつけて、各生徒の確実な定着を促す。また、step6 で行った、関数グラフアートが完成していなければ、その完成及び考察も宿題とする。

関数グラフアートを宿題にする際は、step6 と同様に授業支援機能を用いて提出させる。

step8

【関数の活用】
✓ 関数から富士山を描かせる大学入試問題が過去に出題されたこともある。
✓ 関数グラフアートを用いて、曲のMVを再現することもできる
→ 次のスライドのリンクから動画を見てみよう！

参考・補足

関数グラフアートを用いて、曲のMVを再現した動画や、関数から富士山を描かせる大学入試があったことを紹介し、宿題である関数グラフアートの作成及び考察に活用させる。

YouTube 動画「数式だけで「きゅうくらりん」描いてみた【関数アート】KYUUKURARIN but in Desmos」
(<https://www.youtube.com/watch?v=9ssM8z6r3cs>) の URL を貼り付けたリンクふせんを授業支援機能機能を用いて配布し、視聴を促す。

出典：zboy 【関数アートの人】
数式だけで「きゅうくらりん」描いてみた
【関数アート】KYUUKURARIN but in Desmos
②