

【数学 A】

～ClassPad.net の同時編集機能・送受信機能を活用する～

条件付き確率をゲームによって実験的に考える授業

条件付き確率を具体例から理解し、他の事象にも活用できるようにする。

【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：予想と異なる結果となるゲームを行い、条件付き確率の考え方の有用性を実感させる。ゲームの結果に関するディスカッションを通して、帰納的な思考を促す。

生徒向けの目標：予想と異なる結果の事象に対して自ら思考しディスカッションを行う。実際行った事象を数学的に表すことで条件付き確率への理解を深める。

【ClassPad.net 活用によるメリット】

- ・授業準備の時短／効率化：同時編集機能を用いて多数の事象の結果を効率的に記録することで、試行する時間により多く確保することができる。
- ・協働学習促進：同時編集機能を用いてグループの考えをまとめ、それをクラスにも共有することで、協働学習をサポートする。
- ・探究学習促進：グループの考えをデジタルノートにまとめ発表し、他のグループの発表を聞くことから、自発的な発問を促す。

授業の流れ

ClassPad.net での操作

step1

【目標】

- ・これまでに習った確率と条件付き確率の違いを理解する
- ・条件付き確率を求められるようになる

条件付き確率とは……？

ある事象が起こるという条件のもとで、別のある事象が起こる確率

たとえば…
クラスの男性の中から1人を選んだとき、その人が野球部であるような確率は？

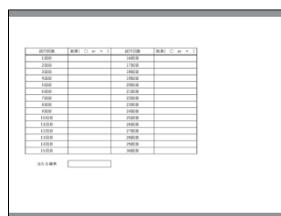
概要の説明

これまでに学んできた確率の考え方とともに、ある事象が起こるという条件のもとで、別のある事象が起こる確率を求める目標とする。このとき、条件付き確率とは、クラスの男性の中から1人を選んだときその人が野球部であるような確率、などの具体例を示す。

step2

【ゲームのルール】

1. 3つのカップと1つの消しゴムを用意する。
2. ディーラーとプレイヤーに分かれ、ディーラーは任意のカップに消しゴムを隠し、プレイヤーは消しゴムの入っているカップを当てるゲームを行う。
3. プレイヤーが1つのカップを選ぶと、ディーラーは残ったカップうちハズレのカップを開けた後、「カップを選び直しますか？ それとも最初に選んだカップを選び続けますか？」と問う。
問われたプレイヤー側は、
①選び直す
②選び直さない
のどちらかを選択する。



手順の説明

今回行うゲームのルールを説明し、結果を予想させる。予想結果が同じもの同士の4人1組のグループに分かれ、予想に従って役割を交代しながらゲームを20回以上行い、結果を記録させる。

〈ゲーム内容〉

3つのカップと1つの消しゴムを用意する。ディーラーとプレイヤーに分かれ、ディーラーは任意のカップに消しゴムを隠し、プレイヤーは消しゴムの入っているカップを当てるゲームを行う。プレイヤーが1つのカップを選ぶと、ディーラーは残ったカップうちハズレのカップを開けた後、「カップを選び直しますか？ それとも最初に選んだカップを選び続けますか？」と問う。

問われたプレイヤー側は、

- ①選び直す
- ②選び直さない

のどちらかを選択する。

ゲーム手順の詳細な説明をあらかじめテキストふせんを用いて作成しておく。また、結果を記録しておくワークシートをExcel等で作成しておき、これを貼り付けたファイルふせんも用意する。これらを授業支援機能で各グループの代表に送信し、同時編集機能を用いて結果を集計させる。

step3

Aグループ…
(選び直す)

Bグループ…
(選び直さない)

Cグループ…
(選び直さない)

Dグループ…
(どちらも確率は同じ)

試行及び考察

ワークシートに記入されたゲームの結果から、当たる確率を計算させる。その後グループごとに結果を発表し、選び直す方が当たる確率が上がる理由についてグループでディスカッションさせ、考察してもらう。

確率の計算は、step2に引き続き同時編集機能を用いて行わせる。また、計算結果及びディスカッションの内容はテキストふせんに記載させ、授業支援機能によって教員にも共有してもらう。

step4

最初に選んだカップをA、ディーラーがはずすとしたカップをB、残りをCとする。
ディーラーがBがはずれであると示す確率を場合分けして考えると。

①Aが当たりのとき $\rightarrow \frac{1}{2}$

②Bが当たりのとき $\rightarrow 0$

③Cが当たりのとき $\rightarrow 1$

【カップを選び直したときに消しゴムを当てる確率】

ディーラーがBをはずすとしたときにCが当たりである確率を求めればよい。
ディーラーがBをはずすとしたときの確率は $\frac{1}{2}$
Cが当たりでディーラーがAをはずすとした確率は $\frac{1}{3}$
つまり、
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

【カップを選び直さずに消しゴムを当てる確率】

ディーラーがBをはずすとしたときにAが当たりである確率を求めればよい。
ディーラーがBをはずすとしたときの確率は $\frac{1}{2}$
Aが当たりでディーラーがBをはずすとした確率は $\frac{1}{2}$
つまり、
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

計算方法の提示

- ・ゲームを行い、カップを選び直したときに消しゴムを当てる確率
 - ・ゲームを行い、カップを選び直さなかったときに消しゴムを当てる確率
- という2つの具体的な条件付き確率をもとに、計算方法を指導する。その後計算を一般化し、条件付き確率の式及び確率の乗法定理を示す。

ClassPad Math を用いた数学ふせんを利用して各式の説明を行う。このふせんは授業支援機能を用いて生徒に送信し、ゲーム結果を記録したファイルふせんの近くに配置させる。

step5

【問題演習】
教科書P.●●の問題を解いてみよう！
→ 問題はテキストふせんに解き、先生に送信してください！
(手書きも可)

問題演習

条件付き確率の式及び確率の乗法定理を用いた問題を教科書や問題集から選び、解かせて提出してもらう。全体の理解度次第で解説を行う。

問題はテキストふせんに解かせる。それを授業支援機能を用いて回収し、解説に役立てる。

step6

【条件付き確率の公式】
事象Aが起こったときの事象Bが起こる確率は、 $P_A(B)$ で表す。
$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

また2つの事象A、Bがともに起こる確率 $P(A \cap B)$ は、上記の公式の分母をもつて、
$$P(A \cap B) = P(A) P_A(B)$$

と示される。

【宿題】

- ①問題集のP.●●
- ②条件付き確率はどのように社会で活かせるかを考える
→ どうしても浮かばない場合にはヒントを出すので、申し出てください！

まとめ・宿題

授業内で取り扱ったゲームや解説した式をまとめて、振り返りを行う。宿題は、該当範囲の問題集と条件付き確率をどのように社会で活かせるかを調査、考察してまとめるとしている。考察はクラスで共有することで、個人が自発的に疑問を持つことを促す。思い浮かばない生徒には、「雨の日に交通事故が起こる確率が分かれば、●●に活かせる」といった事例を提示し、類似したものを考えさせることなど、ヒントを与えてよい。

宿題で解いてもらった問題は、授業支援機能を用いて回収する。また、step3で回収した各グループの考察は、教員側で1つのデジタルノートに集約し、クラス全体に共有する。

step7

【参考】
<ペイズの定理>
ある事実（情報）がわかったときに、ある事象が起きた確率を逆算するための公式。
迷惑メールのフィルタリング機能や機械学習など、日常の様々な場面で活用されている。

参考・補足

条件付き確率の式と関連があり、大学の数学でも扱うペイズの定理を解説している動画を紹介する。また、ペイズの定理は迷惑メールのフィルタリング機能をはじめ、日常の様々な場面で活用されていることを紹介し、この考え方も宿題の考察に活用できることを伝える。

YouTube動画「【大学数学】ペイズの定理【確率統計】」
(https://www.youtube.com/watch?v=oUN_GhB00fU)のURLを貼り付けたリンクふせんを授業支援機能機能を用いて配布し、視聴を促す。