【数学 II】

三角関数の「加法定理を導き、2 つの角の和または差の三角関数の値を、それぞれの角の三角関数の値で表すことができる。

～ClassPad.net のファイルふせん・リンクふせんを活用する～

加法定理を用いた回転した点の座標の算出方法を理解する授業

加法定理の公式を理解し、活用できるようにする。

【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：暗記してしまいがちな加法定理の公式について、グループワーク機能を活用させることで、その式が表す意味やその概念を理解させる。

生徒向けの目標：自身で算出方法を構築、実践することで公式を理解し、応用力を身につける。

【ClassPad.net 活用によるメリット】

- **探究学習促進**　：授業支援機能により、個別探究や協働探究に対するプロセス評価を含めたフィードバックを即座に行うことで、探究活動を促進・深化させることができる。
- **協働学習促進**　：個別学習→グループワーク→発表→議論のサイクルを効率化することで、協働学習による理解の向上を促進する。
- **評価・評定の効率化**：授業支援機能を用いることで、生徒それぞれが授業中に行った活動に対して授業中に評価することができる。

		授業の流れ	ClassPad.net での操作
step1	【本日の授業】 加法定理を用いると、2つの角の和の三角関数の値はそれぞれの三角関数の値で表すことができる。 また、加法定理の応用が、図形的な問題に対する解法の一つになるということを、例を通して考えてみよう。	**概要の説明** 2 つの角の和の三角関数の値はそれぞれの三角関数の値で表すことができるという、加法定理の説明を行う。また、加法定理の応用が、図形的な問題に対する解法の一つになることを説明する。	
step2	【正弦、余弦の加法定理】 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$	**概念の復習** 加法定理を復習する意味を込めて、初めに正弦、余弦の加法定理の公式 4 つを示し、加法定理の存在意義を説明する。 「なぜ加法定理を学習するのだろうか。この公式のどこが革新的な公式であるのか」を考えさせる。存在意義の例は以下の通り。 ・sin75=sin(30+45)のように有名角に置き換えることができる ・現状の角度から $\alpha°$ だけ回転させた、ような図形に対して、$\sin(\theta+\alpha)=\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha$ のように定数項と未知数項の積に分解することができ、未知数 α を扱いやすくなる。	意見を挙げる際には、教員が用意したテキストふせんを電子黒板などに映し、同時編集機能で思いつくものを記載させる。

step3

【公式の証明】

加法定理を証明してみよう。

公式の証明の説明・演習

加法定理のうち、一つの式について、その導出を説明する。その後、各生徒に残りの 3 つの公式から好きな式を選んでもらい、穴埋め形式で公式の証明をしてもらう。

あらかじめデジタルノートに証明の穴埋めを用意し、生徒に配布しておく。授業支援機能で生徒に送信し、手描き機能で直接描き込ませて提出してもらう。

step4

【グループワーク①】

自分が解いた問題を、グループで確認しよう。

相違点や不明点があればグループの中で共有し、互いに教え合ったりディスカッションを行う。

グループワーク①

グループの中で、自身が解いた問題を共有しあい、相互に確認をする。相違点や不明点があればグループの中で共有し、互いに教え合ったりディスカッションすることで理解を進めさせる。

送受信機能を用いてグループメンバー内で考案した算出法を共有し合わせる。

step5

【解法説明】

点P(1,2)を原点Oを中心にπ/3だけ回転させた点Qの座標を求めてみよう。

解法説明

点 P(1,2)を原点 O を中心に $\pi/3$ だけ回転させた点 Q の座標を求める。このとき、OP=r、OP と x 軸のなす角を α として

$Q(x,y)=Q(r\cos(\alpha+\pi/3), r\sin(\alpha+\pi/3))$

として解くことができる説明を行う。

あらかじめデジタルノートに解説用の図を用意しておき、視覚的にも理解しやすいように解説を行う。

step6

【グループワーク②】

加法定理がどのように応用されているのか、次の課題を通して考えてみよう。

グループワーク②

加法定理がどのようなところに応用されているのかを考えるということを生徒たちに説明し、本問題の目的を述べる。

一関節ロボットアームについて考える。モデルとして、モータが回転することで長さ 5 の腕がモータ(原点)を中心に角度 α だけ回転し、腕を操作するようなロボットアーム(左図)。初期の腕の先端の位置の高さ(y 座標)が 3 である。

グループごとに腕を上方向に何度だけ回転させるのかを決め、そのとき腕の先端の高さはどのような高さになるのかをグループごとに算出させ、提出してもらう。

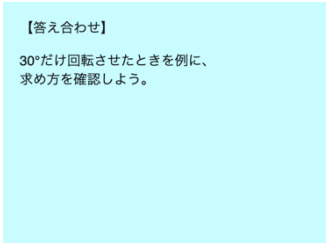
あらかじめファイルふせんに用意した解答用紙をグループワーク開始時に授業支援機能で生徒に送信し、手描き機能で直接描き込ませて提出してもらう。

グループで考える際には、送受信機能を用いてグループメンバー内で考案した算出法を共有し合わせる。

計算結果は、テキストふせんに手描きしたものを授業支援機能で提出させる。

優秀なグループの解答を講評する際には、そのグループに提出させたふせんに対して教員が直接講評を書き込み、再度生徒に配布する。

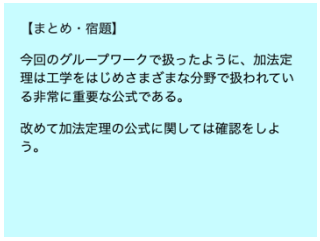
step7



答え合わせ

再度、加法定理がどのようなところに応用されているのかを考えるということを生徒たちに説明し、本問題の目的を述べる。
解説では例として 30° だけ回転させるようにした時の腕の高さの算出法を解説する。

step8

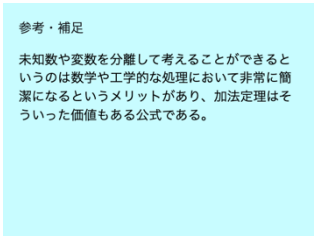


まとめ・宿題

今回のグループワークで扱ったように、加法定理は工学をはじめさまざまな分野で扱われている非常に重要な公式であることを説明する。また、授業中に扱った加法定理の公式について改めて振り返りを行う。生徒の理解度に応じてヒントを加えた問題やその類題を宿題として出す。

Step3 で用いた証明の穴埋めふせんに答えが入ったもので振り返りを行う。その後、準備した類題のふせんを宿題として生徒に配布する。

step9



参考・補足

未知数や変数を分離して考えることができるというのは数学や工学的な処理において非常に簡潔になるというメリットがあり、加法定理はそういった価値もある公式であることを説明する。

必要に応じてリンクふせんで動画などを提示。

（参考）
YouTube 動画「【伝説の東大】教科書には載ってない天才的な証明方法（加法定理）」

（https://www.youtube.com/watch?v=YE0xXXlUOu0）