【数学 A】

素数について、実践的に理解を深める。

～ClassPad.net の授業支援機能・各種ふせんを活用する～

素数を見つける活動を通して数学的に考えることの効率性を理解する授業

エラトステネスのふるいの仕組みを理解し、素数の無限性に触れる。

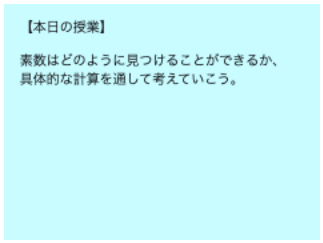
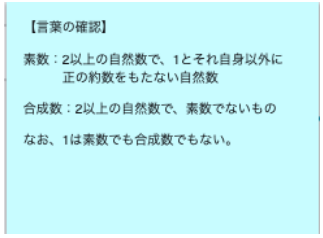
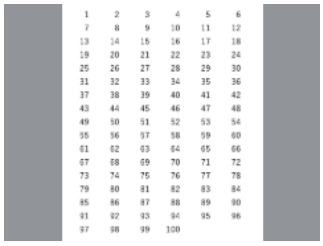
【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：エラトステネスのふるいの仕組みを理解し、素数の無限性に触れることで、数学的に考えることの効率性を体感させる。

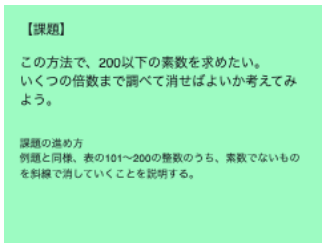
生徒向けの目標：エラトステネスのふるいを用いて素数を探すことで、その効率性に触れる。

【ClassPad.net 活用によるメリット】

- **探究学習促進**　：授業支援機能により、個別探究や協働探究に対するプロセス評価を含めたフィードバックを即座に行うことで、探究活動を促進・深化させることができる。
- **協働学習促進**　：個別学習→グループワーク→発表→議論のサイクルを効率化することで、協働学習による理解の向上を促進する。
- **評価・評定の効率化**：授業支援機能を用いることで、生徒それぞれが授業中に行った活動に対して授業中に評価することができる。

		授業の流れ	ClassPad.net での操作
step1		**概要の説明** 素数はどのように見つけることができるか、具体的な計算を通して考えていくことを説明する。	
step2	 	**言葉の確認・例題の説明** 言葉の確認：素数、合成数 例題 「100 以下の素数を求めてみよう。」という例題を提示し、生徒に考えてもらう。2、3、5、7 の倍数を消していけばよいというエラトステネスのふるいの考え方を共有する。	教員が用意したテキストふせんを電子黒板などに映し、新しい言葉の説明をする。 例題は、1～100 の整数が書かれたテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、それぞれの倍数を生徒に言ってもらいながら、教員がテキストふせんに手描き機能で斜線を書き込む。

step3

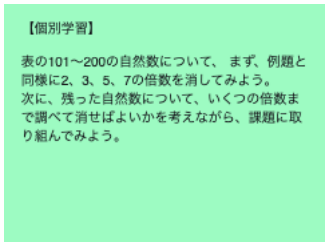


導入・課題の共有

課題
「この方法で、200 以下の素数を求めたい。いくつの倍数まで調べて消せばよいか。」という課題を提示する。
例題と同様、表の 101～200 の整数のうち、素数でないものを斜線で消していくことを説明する。

課題が書かれたテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、生徒に確認させる。
次に、1～200 の整数が書かれた表をファイルふせんに用意しておき、授業支援機能で生徒に配布する。その際、例題で取り組んだ 1～100 の整数については、消し込みが終わった状態で配布する。

step4



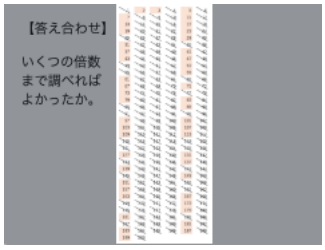
個別学習・グループワーク

クラスをいくつかのグループに分ける。まずは個人で、2、3、5、7 の倍数を消していき、残った整数について、いくつの倍数まで調べて消せばよいかを考えながら、課題に取り組ませるようにする。その後グループで、101～200 の整数のうち素数であるものとその個数を確認させる。

個別学習では、あらかじめファイルふせんに用意した表に手描き機能で直接描き込ませて、提出してもらう。

計算は ClassPad Math を利用してよい。

step5

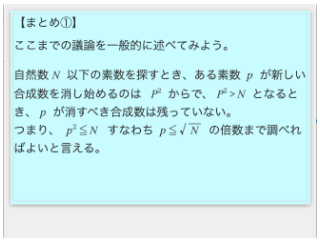


議論・発表

step4 での確認において、13 の倍数まで調べればよかったこと全体で共有し、なぜ 13 の倍数まで調べればよいと言えるのかを議論する。
議論の進め方は以下の通りである。
「13 の次の素数 17 の倍数で、まだ消されずに残っている最も小さい数はいくつか。」という発問をする。教員がヒント①～③を与える。
①：$13 \times 13 = 169$より小さい 13 の倍数は、すべて 13 未満の素数（2,3…11）のどれかで割り切れるため、すでに消されている。
②：17 の倍数のうち、17×13までは、13 の倍数を調べたときにすでに消されている。
③：17 の倍数で、まだ消されずに残っている最も小さい数は、$17 \times 17 = 289$であるが、200 を超えてしまう。

1～200 の整数について、消し込みが終わった状態で、ファイルふせんに用意しておき、結果を共有できるようにしておく。
議論のための発問やヒントは、あらかじめテキストふせんやファイルふせんに用意しておく。

step6

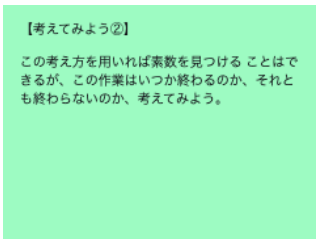


議論の結果を一般化

step5 の議論の結果を一般化する。ある素数pが新しい合成数を消し始めるのはp^2からで、$p^2 > N$となるとき、pが消すべき数は残っていない。つまり、$p^2 \leq N$ すなわち$p < \sqrt{N}$の倍数まで調べればよいと言えることを確認する。この議論を通して、エラトステネスのふるいという考え方が非常に効率的なものであることを共有する。

教員が用意したテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、説明する。

step7

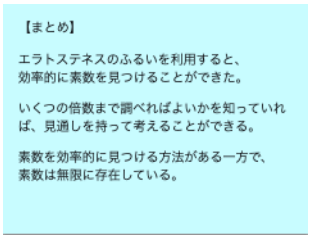


素数の無限性の証明

「この考え方を用いれば素数を見つけることはできるが、この作業はいつか終わるのか、それとも終わらないのか。」という発問をし、生徒に考えさせた上で、素数が無限にあることを、背理法で証明する。

教員が用意したテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、説明する。

step8

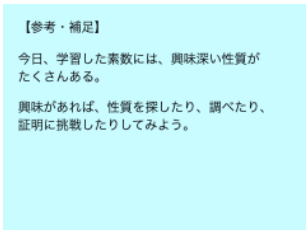


まとめ・宿題

まとめ
エラトステネスのふるいを利用すると、効率的に素数を見つけることができた。いくつの倍数まで調べればよいことを知っていれば、見通しを持って考えることができる。一方で、素数は無限に存在しており、その並びにはさまざまな規則が存在している。

宿題
教科書 p.136 深める
素数の並びを見ると、素数が何度も現れる列とそうでない列がある。このことから素数について、どのようなことが成り立ちそうか予想しよう。

step9



参考・補足

今日、学習した素数には興味深い性質がたくさんある。興味があれば、性質を探したり、調べたり、証明に挑戦したりしてほしい、ということを説明する。

授業の意図を伝える際の補助として、下の YouTube 動画の URL を貼り付けたリンクふせんを授業支援機能を用いて配布し、視聴を促す。
「数学の面白い話「素数が無限に存在することの証明」」
（https://www.youtube.com/watch?v=L0WdX-SZPFE）