

## 【数学Ⅱ】

式と証明（相加平均と相乗平均）  
実数の絶対値、平方、平方根に関する不等式の証明

### ～ClassPad.net の授業支援機能・各種ふせんを活用する～

相加平均と相乗平均の大小関係の考え方を理解する授業  
相加平均と相乗平均の大小関係の考え方を利用して日常の問題を解決する。

#### 【本授業の目的・狙い・到達目標】

教師向けの目標：相加平均と相乗平均の大小関係の考え方を利用して日常の問題を解決することで、数学が日常生活に役立っていることを実感させる。

生徒向けの目標：日常の問題解決を通して、相加平均と相乗平均の大小関係の考え方を理解する。

#### 【ClassPad.net 活用によるメリット】

- ・探究学習促進：授業支援機能により、個別探究や協働探究に対するプロセス評価を含めたフィードバックを即座に行うことで、探究活動を促進・深化させることができる。
- ・協働学習促進：個別学習→グループワーク→発表→議論のサイクルを効率化することで、協働学習による理解の向上を促進する。
- ・生徒の集中力アップ：既習知識で解決できる課題を授業の導入に用意し、ClassPad Math を利用することで、生徒全員が授業に関心を切らさずに参加・集中することができる。

#### 授業の流れ

#### ClassPad.net での操作

##### step1

###### 【本日の授業】

相加平均と相乗平均の大小関係の考え方が、私たちの生活の中でどのように利用されているか、具体的な計算を通して考えていこう。

##### 目的・概要の説明

相加平均と相乗平均の大小関係の考え方が、私たちの生活の中でどのように利用されているか、具体的な計算を通して考えていくことを説明する。

##### step2

###### 【相加平均と相乗平均】

2つの実数  $a, b$  について、  
 $\frac{a+b}{2}$  を、 $a$  と  $b$  の相加平均という。  
また、 $a > 0, b > 0$  のとき、  
 $\sqrt{ab}$  を、 $a$  と  $b$  の相乗平均という。

###### 相加平均と相乗平均の大小関係

$a > 0, b > 0$  のとき、 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$   
等号が成り立つのは、 $a = b$  のときである。

##### 復習

言葉の確認：相加平均、相乗平均

相加平均と相乗平均の大小関係

$a > 0, b > 0$  のとき  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

等号が成り立つのは、 $a = b$  のときである。

教員が用意したテキストふせんを電子黒板などに映し、既習事項を確認する。

### step3

【課題】  
文化祭の最後を飾る後夜祭で、体育館の中央に、面積  $16\text{m}^2$  の長方形の光る特設ステージを設置することになった。  
暗い館内で目立たせるため、周囲の四辺すべてをLEDテープライトで囲う。  
LEDテープライトの最小販売単位は  $0.1\text{m}$  で、価格は  $0.1\text{m}$  あたり 200 円であるとき、最小予算はいくらか。

## 導入・課題の共有

### 課題

「文化祭の最後を飾る後夜祭で、体育館の中央に、面積  $16\text{m}^2$  の長方形の光る特設ステージを設置することになった。暗い館内で目立たせるため、周囲の四辺すべてをLEDテープライトで囲う。LEDテープライトの最小販売単位は  $0.1\text{m}$  で、価格は  $0.1\text{m}$  あたり 200 円であるとき、最小予算はいくらか。」  
縦と横の長さの和が最小になるとき、予算が最小になることを確認し、まずは具体的な数値（縦の長さ= $1\text{m}, 2\text{m}, \dots, 16\text{m}$ ）で調べていくという方針を説明する。

課題が書かれたテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、生徒に考えさせる。

### step4

【グループ学習】  
縦と横の長さの和が最小になるとき、予算が最小になる。  
縦の長さが、 $1\text{m}, 2\text{m}, \dots, 16\text{m}$  のときの、横の長さ、縦と横の長さの和、予算を求め、表に書き込んでみよう。

## グループワーク

クラスをいくつかのグループに分ける。  
縦の長さ= $1\text{m}, 2\text{m}, \dots, 16\text{m}$  を提示し、横の長さ、縦と横の長さの和、予算をグループ内で分担して計算する。  
横の長さが割り切れないとき（縦の長さ= $3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15\text{m}$ ）をどのように扱うかはグループ内で考えさせる。  
現実には購入できないため予算を計算しないもの、仮の予算として小数第2位を四捨五入（または切り捨て）して金額を計算するものなどが考えられる。

あらかじめファイルふせんに用意した表を授業支援機能で生徒に送信する。  
計算には ClassPad Math を利用してよい。  
計算結果はファイルふせんに手描き機能で直接描き込ませて、グループで1枚提出してもらう。  
各グループの計算過程を一覧できるようにしておく。

### step5

【考えてみよう】  
もっと細かく計算したら、縦と横の長さの和をもっと短くできるのか。  
正方形のとき、縦と横の長さの和が最小であることを論理的に説明できるか。

## 個別学習

正方形のとき、縦と横の長さの和が最小となることを全体で確認する。その後、表の縦の長さ「4」の前後に注目させ、「もっと細かく計算したら、縦と横の長さの和をもっと短くできるのか。」「正方形のとき、縦と横の長さの和が最小であることを論理的に説明できるか。」という発問をする。証明すべき問題「縦の長さを  $x(\text{m})$ 、横の長さを  $y(\text{m})$  とするとき、 $x+y$  を最小にする  $x, y$  はいくつか。」を全体で共有し、個人で証明に取り組む。

発問や証明すべき問題は、あらかじめテキストふせんやファイルふせんに用意しておく。

個別学習では、あらかじめテキストふせんに用意したワークシートに手描き機能で直接描き込ませて、提出してもらう。

### step6

面積が  $16\text{m}^2$  の長方形の縦の長さを  $x(\text{m})$ 、横の長さを  $y(\text{m})$  とするとき、 $x+y$  を最小にする  $x, y$  はいくつか。  
【考え方】  
面積が  $16\text{m}^2$  であるから、 $xy=16$  が成り立つ。  
 $x>0, y>0$  より、 $y=\frac{16}{x}$   
相加平均と相乗平均の大小関係より、  
 $x+\frac{16}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{16}{x}} = 2\sqrt{16} = 8$   
よって、 $x+y$  の最小値は 8  
等号が成り立つのは、 $x=\frac{16}{x}$  のときだから、  
 $x=16$   
 $x>0$  より、 $x=4$   
以上より、 $x+y$  を最小にする  $x, y$  は  $x=4, y=4$  である。

## 発表・議論

step5 まで踏まえて、「縦の長さを  $x(\text{m})$ 、横の長さを  $y(\text{m})$  とするとき、 $x+y$  を最小にする  $x, y$  はいくつか。」を相加平均と相乗平均の間の大小関係を用いて説明する。  
縦と横の長さの和が絶対にこれより短くないという確信を数式から得る体験をさせると同時に、表で説明するには限界があるが、この考え方を用いればすべての可能性を証明できるという、数学を用いて物事を考える利便性を実感させる。

教員が用意したテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、説明する。

## step7

### 【考えてみよう】

特設ステージを体育館の壁際に設置すれば、壁側の1辺にはLEDテープライトを貼らなくて済むのではないかな。  
壁側の1辺を除いた3辺（縦2本、横1本）の合計の長さを最小にしたい場合でも、正方形のときに、LEDテープライトの長さが最も短くなるか。

面積が  $16m^2$  の長方形の  
縦の長さを  $x(m)$ 、横の長さを  $y(m)$  とするとき、  
 $2x+y$  を最小にする  $x, y$  はいくつかな。

## 類題

「特設ステージを体育館の壁際に設置すれば、壁側の1辺にはLEDテープライトを貼らなくて済むのではないかな。」という発問をする。生徒に考えさせた上で、壁側の1辺を除いた「三辺（縦2本、横1本）」の合計長さを最小にするには、長方形の縦と横の長さを縦：横＝1：2とすればよいことを説明する。  
場面が変われば最適な形は変化するが、計算に用いた考え方は同じであることも説明し、数学を用いて考えることの汎用性にも触れる。

教員が用意したテキストふせんを電子黒板やプロジェクターを用いて投影し、説明する。

## step8

### 【まとめ】

縦＝4m、横＝4mなら予算が32000円なのに対し、縦＝1m、横＝16mでは予算が68000円となり、2倍以上も異なっている。

このように限られた予算の中で、いかに費用を無駄なく抑えるかという考え方は、設計の現場や社会のあらゆる場面で役立っている。

## まとめ・宿題

### まとめ

縦＝4m、横＝4mなら予算が32000円なのに対し、縦＝1m、横＝16mでは予算が68000円となり、2倍以上も異なっていることを確認する。このように限られた予算の中で、いかに費用を無駄なく抑えるかという考え方は、設計の現場や社会のあらゆる場面で役立っていることを説明する。

### 宿題

教科書 p.38 問題 14

## step9

### 【参考・補足】

今日、学習した相加平均と相乗平均の大小関係の考え方は、これから数学の学習でも大いに役立つ。

教科書の内容とあわせて理解を深めてほしい。

## 参考・補足

今日、学習した相加平均と相乗平均の大小関係の考え方は、これから数学の学習でも大いに役立つ。教科書の内容とあわせて理解を深めてほしいという意図を持った授業であることを説明する。

授業の意図を伝える際の補助として、下のYouTube動画のURLを貼り付けたリンクふせんを授業支援機能を用いて配布し、視聴を促す。  
「相加相乗平均の関係」を視覚的に理解する！」  
(<https://www.youtube.com/watch?v=bzkmtsC1cuE>)