2 次曲線(コンピューター編 1)

媒介変数表示された曲線をコンピューターで描こう

○定義

$a, b \in \mathbb{R}$ に対して, $\begin{cases} x = sinat \\ y = sinbt \end{cases}$ と表される曲線をリサージュ曲線という.

1(提出不要)

リサージュ曲線を ClassPad で描いてみよう.

2

次の媒介変数表示で表される曲線(ⅰ)-(ⅳ)について, 以下の問い(1), (2)に答えよ.

(ⅰ) $\begin{cases} x = cost \\ y = sin^2 t \end{cases}$ (ⅱ) $\begin{cases} x = sin2t \\ y = sin^2 t \end{cases}$ (ⅲ) $\begin{cases} x = sint - cost \\ y = sint + cost \end{cases}$ (ⅳ) $\begin{cases} x = t - sint \\ y = 1 - cost \end{cases}$

(1)(ⅰ)-(ⅲ)を $F(x, y) = 0$ の形にせよ.

(2)(ⅰ)-(ⅳ)を ClassPad で描き, (1)で得た方程式が表す曲線になるか確認しよう.
(提出不要)

2 次曲線(コンピューター編 2)

極方程式で表される曲線をコンピューターで描こう

○**定義**

$a, b \in \mathbb{R}$とする.

(1) 極方程式 $r = a\theta$ で表される曲線をアルキメデスの渦巻線という.

(2) 極方程式 $r = sina\theta$ と表される曲線を正葉曲線という.

(3) 極方程式 $r = a + bcos\theta$ と表される曲線をリマソンという.

特に $a = b$ のとき, カージオイドとなる(下の演習3を参照).

1(提出不要)

離心率 e に対し, 2 次曲線の極方程式が $r = \frac{ec}{1+ecos\theta}$ と表されることを極座標編?で扱ったが, この極方程式で表される曲線を ClassPad で描いて確認しよう.

2(提出不要)

上の定義で紹介した曲線を全て ClassPad で描いてみよう.

(正葉曲線については葉の枚数に着目しよう.)

3(カージオイド)

$\begin{cases} x = rcos\theta \\ y = rsin\theta \end{cases}$ $(r \geq 0,\ 0 \leq \theta < 2\pi)$ のとき, 次を示せ.

(左の媒介変数表示がカージオイドを表すことを思い出そう.)

(ヒント: 0 で割ることが無いように注意.)

$$\begin{cases} x = a(1 + cos\theta)cos\theta \\ y = a(1 + cos\theta)sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow r = a(1 + cos\theta)$$

2 次曲線(コンピューター編 3)

続き

◇例題

$a>0$ とする. 2 定点 $A(-a,0), B(a,0)$ からの距離の積が a^2 に等しい点 P の軌跡 L をレムニスケートという.

(1) L の方程式を求めよ.

(2) L の極方程式を求めよ.

◆解答例

(1)点$P(x,y)$ に対し,

P が L 上にある $\Leftrightarrow\ AP\cdot BP=a^2$

$\Leftrightarrow AP^2\cdot BP^2=a^4$ ($\because AP\cdot BP\geq 0,\ a^2>0$ と下の演習①(2))

$\Leftrightarrow\ \cdots$ (後は下の演習②を参照).

(2)下の演習②を参照.

①(復習なのでやらなくても良い)

(1) $x,a\in\mathbb{R}$ に対し, 次は成り立つとは限らない. 反例を 1 つ挙げよ.

$$x=a\ \Leftrightarrow x^2=a^2$$

(2) $x,a\geq 0$ に対して, 次が成り立つ. これを示せ(説明せよ).

$$x=a\ \Leftrightarrow x^2=a^2$$

②(レムニスケート)

(1) 上の解答例を完成させよ. (ヒント: (2) r の場合分けが必要.)

(2) (1)で得た方程式と(2)で得た極方程式を ClassPad で描き, それらが同じ形か確認せよ. (提出不要)

③(有名な方程式)(提出不要)

次の方程式で表される曲線を ClassPad で描いてみよう.

(描くとハッピーになれるかも.)

$$x^2+(y-\sqrt[3]{x^2})^2=1$$